

## I. rész

Az alábbi csoportokban 3–3 állítást olvashatsz ugyanarról a tulajdonságról vagy transzformációról. Döntsd el, melyik közülük a hamis! Válaszodat indokold!

a) Tekintsük az  $f(x) = x^2$  függvényt!

1. Az  $f$  függvény grafikonját a lineáris függvény grafikonjából, az  $x$  tengely alatti részének az  $x$  tengelyre történő tükrözésével kapjuk.
2. Az  $f$  függvény grafikonját parabolának hívjuk.
3. Az  $f$  függvény grafikonja szimmetrikus az  $y$  tengelyre.

b) Tekintsük az  $f(x) = |x + 3|$  hozzárendelési utasítással megadott függvényt!

1. Az  $f$  függvény a 3 értéket pontosan egy helyen, mégpedig az  $x = 0$ -ban veszi fel.
2. Az  $f$  függvény minden értéke pozitív.
3. Az  $f$  függvény a 2 értéket pontosan 2 helyen veszi fel.

c) Tekintsük az  $f(x) = x^2 + b$  hozzárendelési utasítással megadott másodfokú függvényt!

1. Az  $f$  függvénynek pozitív  $b$  esetén nincs közös pontja az  $x$  tengellyel.
2. Az  $f$  függvénynek pozitív  $b$  esetén pontosan egy közös pontja van az  $x$  tengellyel.
3. Az  $f$  függvény negatív  $b$  esetén pontosan két közös pontja van az  $x$  tengellyel.

d) Tekintsük az  $f(x) = \frac{1}{x}$ , a  $g(x) = \frac{1}{x+5}$ , illetve a  $h(x) = \frac{1}{x} + 5$  hozzárendelési utasítással megadott függvényeket!

1. Az  $g$  függvényt az  $f$ -ből annak  $x$  tengely menti  $+5$ -tel való eltolásával kapjuk.
2. A  $h$  függvényt az  $f$ -ből annak  $y$  tengely menti,  $+5$ -tel való eltolásával kapjuk.
3. Az  $g$  függvényt a  $h$ -ből annak  $x$  tengely menti,  $-5$ -tel való eltolásával kapjuk.

e) Tekintsük az  $f(x) = (x - 3)^2 + 2$  hozzárendelési utasítással megadott másodfokú függvényt!

1. Az  $f$  függvénynek a 3 helyen van szélsőértéke. Az ebben a pontban felvett függvényérték 2.
2. Az  $f$  függvénynek a  $P(-3; 2)$  pontban minimuma van.
3. Az  $f$  függvénynek a  $P(3; 2)$  pontban maximuma van.

f) Tekintsük az  $f(x) = ax^2$  hozzárendelési utasítással megadott másodfokú függvényt!

1. Az  $f$  függvénynek negatív  $a$  értékek esetén minimuma van.
2. Az  $f$  függvénynek negatív  $a$  értékek esetén maximuma van.
3. Az  $f$  függvénynek pozitív  $a$  értékek esetén minimuma van.

## II. rész

1. Egy 4 m széles, 3 m magas kamion szeretne áthajtani az alagúton, mégpedig az autóút közepén haladva. Az alagút formája követi az  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4$  másodfokú függvény grafikonját, keresztmetszetét a fenti függvény grafikonja és az x tengely határolják, és az egység mindkét koordinátatengelyen 1–1 méter. Át tud-e menni a kamion az alagúton?

2. Peti elhajítja a labdáját. A labda mozgásának íve az

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \text{ másodfokú}$$

függvény grafikonját követi, és az egység mindkét koordinátatengelyen 1–1 méter. Peti 180 cm magas, és a fejével egy magasságból indítja a labdát, vagyis 1,8 méter magasságból. Hány métert repül előre a labda, amikor ismét olyan magasságba kerül, ahonnan elindult?

3. Hányszorosára változik a négyzet területe, ha az oldalait másfélszeresére növeljük?

### III. rész

1. Képezd az alábbi feladatokban az  $f \circ g$  és a  $g \circ f$  függvényeket!

a)  $f(x) = |x|$     $g(x) = 3x - 4$

b)  $f(x) = x^2$     $g(x) = 3x - 4$

c)  $f(x) = x - 1$     $g(x) = 3x - 4$

2. Ábrázold a  $sgn \circ f$  és  $f \circ sgn$  függvényeket!

a.  $f(x) = x^2 - 4$

b.  $f(x) = \frac{1}{x - 3}$

3. Válaszd ki az alábbi függvények közül azt, amelyeknek van inverze, és add meg az inverz függvényeket!

a.  $[-3; 3] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x + 5$

b.  $[0; 10] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g(x) = \frac{5}{2}x - 1$

c.  $[-10; 18] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $h(x) = |x + 5|$

d.  $[1; 8] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $i(x) = x^2 - 5$

#### IV. rész

Ábrázold a következő függvényeket!

1.  $[-10; 10] \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \sqrt{|x|}$

2.  $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1}$

3.  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & \text{ha } x < 2 \\ 1, & \text{ha } x = 2 \\ x, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$

4.  $f(x) = x + |x|$

5.  $f(x) = x|x|$

6.  $f(x) = \frac{5}{2}(3 - 4x)^2 - 7$